EXEMPLE DE CALCUL D'UNE MISSION AVION

On considère un Boeing 747 dont la masse maxi au décollage est de 383000 kg. Il est propulsé par quatre turboréacteurs et réalise quotidiennement des missions de type "long courrier" tel que présenté sur la figure 1 de ce chapitre.

Dans tout l'exercice, on suppose que :

- $\gamma = 1{,}4$
- loi d'évolution de la consommation spécifique avec le Mach de vol M_0 :

$$\boxed{CS(M_0, Z) = CS(Z)\ .\ (1 + M_0)}$$

- les conditions de température et de pression statiques au sol (0/0) sont de 288,1 K et de 101325 Pa,
- la croisière est réalisée à une altitude de 11000 m et un nombre de Mach de 0,84.

1°) Compte tenu de la masse maxi au décollage du Boeing 747, quelle doit être la classe de poussée des turboréacteurs ? Estimer la masse maximale de carburant que peut embarquer le Boeing 747.

2°) Le moteur retenu a une poussée au décollage (0/0) $F_{0/0}$ est de 25000 daN avec une consommation spécifique $CS_{0/0}$ de 0,320 kg/(h . daN). Calculer la consommation horaire $CH_{0/0}$ correspondante.

3°) A la fin de la phase de décollage, la vitesse de l'avion est de 270 km/h et la distance de décollage de 2000 mètres. Calculer le nombre de Mach atteint au moment du décollage. En déduire la poussée, la consommation spécifique et la consommation horaire. La consommation de carburant sera calculée pour cette première phase de vol et pour les phases de vol suivantes en faisant la moyenne des consommations horaires en début et fin de phase.

4°) Pourquoi le profil de vol choisi comporte-t-il tout d'abord une phase d'accélération puis une phase de montée à iso-vitesse jusqu'à l'altitude de croisière de 11000 m ? L'altitude atteinte en fin de phase d'accélération étant de 2000 m, calculer la poussée, la consommation spécifique et la consommation horaire en fin de phase d'accélération. La pente de montée étant de 9 m/s, quelle est la distance parcourue ? En déduire la consommation de carburant lors de cette phase d'accélération.

5°) L'avion ayant atteint son altitude et son Mach de croisière à l'issue de la phase de montée, calculer la poussée, la consommation spécifique et la consommation horaire correspondantes.

La pente de montée étant de 9 m/s, quelle est la distance parcourue ? En déduire la consommation de carburant lors de cette phase de montée.

6°) Compte tenu de la masse maximale de carburant que peut embarquer le Boeing 747, quelle distance maximale peut parcourir l'avion, si l'on néglige les phases de descente et d'atterrissage ?

1°) - CLASSE DE POUSSEE ET MASSE MAXI DE CARBURANT

Classe de poussée des turboréacteurs

Connaissant la masse maxi au décollage m_{MTOW} du Boeing 747, avion commercial, la formule (26) du chapitre 1 permet de calculer la poussée totale $F_{0/0}$ nécessaire au décollage de l'avion :

$$F_{0/0} = 14{,}275 \, . \, (m_{MTOW})^{0{,}868} = 14{,}275 \, . \, (383000)^{0{,}868} = 1001827 \text{ N}$$

Le Boeing 747 étant propulsé par quatre turboréacteurs, la **poussée** de chaque turboréacteur est donc de :

$$\mathbf{F_{0/0} = 250456 \text{ N}}$$

et leur **classe de poussée de 25000 daN**.

Masse maximale de carburant embarquée par un Boeing 747

Connaissant la masse maxi au décollage m_{MTOW} du Boeing 747, la formule (24) du chapitre 1 permet de calculer la masse maxi de carburant que peut embarquer cet avion :

$$m_F = (564 \, . \, 10^{-9} \, . \, (m_{MTOW})^2) + (0{,}2118 \, . \, m_{MTOW})$$

d'où :

$$\mathbf{m_F = 163852 \text{ kg}}$$

2°) - CONSOMMATION HORAIRE DU MOTEUR A 0/0

Le moteur retenu a une poussée au décollage $F_{0/0}$ de 25000 daN avec une consommation spécifique $CS_{0/0}$ de 0,320 kg/(h . daN). La consommation horaire $CH_{0/0}$ de ce moteur est donc de :

$$CH_{0/0} = F_{0/0} \, . \, CS_{0/0} = 25000 \, . \, 0{,}320$$

d'où :

$$\mathbf{CH_{0/0} = 8000 \text{ kg/h}}$$

3°) - PHASE DE DECOLLAGE

Mach de vol atteint au moment du décollage

A la fin de la phase de décollage, la vitesse de l'avion étant de 270 km/h, soit 75 m/s, le Mach de vol M_0 correspondant sera donc de :

$$M_0 = \frac{V_0}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot Ts}} = \frac{270}{3{,}6 \cdot \sqrt{1{,}4 \cdot 287{,}04 \cdot 288{,}1}}$$

d'où :

$$\mathbf{M_0 = 0{,}22}$$

L'avion va donc parcourir 2000 mètres au cours d'une phase d'accélération constante pour passer de 0 à 270 km/h (Mach de vol M_0 passant de 0 à 0,22).

Poussée, consommation spécifique et consommation horaire à 0/0,22

Connaissant le Mach de vol M_0 atteint au moment du décollage, la formule (15) du chapitre 1 permet de calculer la poussée $F_{0/0,22}$ du turboréacteur :

$$F_{0/0,22} = F_{0/0} \;.\; [0{,}568 + (0{,}25 \;.\; (1{,}2 - M_0)^3)] \;.\; \sigma^{0,6}$$

Nous avons $\sigma = 1$ puisque l'avion est toujours à altitude nulle ($Z = 0$), d'où :

$$\mathbf{F_{0/0,22} = 20082\ daN}$$

L'avion étant à altitude nulle ($Z = 0$), la consommation spécifique est déterminée à partir de la formule donnée dans l'énoncé :

$$CS_{0/0,22} = CS_{0/0} \;.\; (1 + M_0) = 0{,}320 \;.\; (1 + 0{,}22)$$

d'où :

$$\mathbf{CS_{0/0,22} = 0{,}390\ kg/(h\ .\ daN)}$$

La consommation horaire $CH_{0/0,22}$ de ce moteur sera donc de :

$$CH_{0/0,22} = F_{0/0,22} \;.\; CS_{0/0,22} = 20082 \;.\; 0{,}390$$

d'où :

$$\mathbf{CH_{0/0,22} = 7832\ kg/h}$$

<u>Phase 1 : consommation horaire et consommation de carburant</u>

La consommation de carburant sur cette première phase de mission étant calculée en faisant la moyenne des consommations horaires en début et fin de phase, nous avons :

$$CH_{Phase\ 1} = \frac{CH_{0/0} + CH_{0/0,22}}{2} = \frac{8000 + 7832}{2}$$

d'où :

$$\mathbf{CH_{Phase\ 1} = 7916\ kg/h}$$

Connaissant la distance parcourue ($L_{Phase\ 1} = 2$ km) et la vitesse moyenne ($V_{Phase\ 1} = 135$ km/h) lors de cette première phase d'accélération, nous pouvons en déduire le temps $t_{Phase\ 1}$ ainsi que la consommation de chaque moteur :

$$t_{Phase\ 1} = \frac{L_{Phase\ 1}}{V_{Phase\ 1}} \cdot 3600 = \frac{2}{135} \cdot 3600$$

d'où :

$$\mathbf{t_{Phase\ 1} = 53{,}3\ s}$$

et donc :

$$C_{Phase\ 1} = CH_{Phase\ 1} \cdot \frac{53{,}3}{3600} = 7916 \cdot \frac{53{,}3}{3600} = 117{,}2\ \text{kg}$$

Le Boeing 747 étant quadrimoteur, la consommation totale de carburant sera donc de :

$$\mathbf{C_{Phase\ 1} = 469\ kg}$$

4°) - <u>PHASES D'ACCELERATION ET DE MONTEE</u>

<u>Profil de vol choisi</u>

Le profil de vol choisi comporte tout d'abord une phase d'accélération où l'altitude varie peu, passant de 0 à 2000 m afin d'éviter les obstacles proches du sol, puis une phase de montée à iso-vitesse jusqu'à l'altitude de croisière de 11000 m. Comme le montre la figure (24) du chapitre 1, ce profil est celui qui minimise la consommation de carburant des avions commerciaux pour atteindre leur altitude et Mach de croisière situés en général à 11000 m et à un Mach de vol M_0 de 0,84.

Poussée, consommation spécifique et consommation horaire à 2000/0,745

La phase 2 de la mission correspond donc à une phase d'accélération où l'altitude passe de 0 à 2000 m. Connaissant l'altitude, il nous faut déterminer le Mach de vol M_0 qui nous permettra de calculer la poussée et la consommation spécifique.

Sachant que la montée (phase 3) est ensuite réalisée à iso-vitesse et connaissant le Mach de vol M_0 atteint en fin de montée à 11000 m (M_0 = 0,84), nous allons en déduire le Mach de vol M_0 atteint en fin de phase d'accélération à 2000 m d'altitude.

A 11000 m, on a : $V_0 = M_0 \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot Ts} = 0{,}84 \cdot \sqrt{1{,}4 \cdot 287{,}04 \cdot 216{,}65} = 247{,}8 \text{ m/s}$

la température statique Ts(Z) étant calculée avec l'équation de l'annexe 11 du Mémento :

$$Ts(Z = 11000\text{ m}) = 288{,}15 - (0{,}0065 \,.\, 11000) = 216{,}65\text{ K}$$
$$Ts(Z = 2000\text{ m}) = 288{,}15 - (0{,}0065 \,.\, 2000) = 275{,}1\text{ K}$$

et donc à 2000 m : $M_0 = \dfrac{V_0}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot Ts}} = \dfrac{247{,}8}{\sqrt{1{,}4 \cdot 287{,}04 \cdot 275{,}1}}$ d'où : $\mathbf{M_0 = 0{,}745}$

La poussée $F_{2000/0,745}$ du turboréacteur civil sera alors de :

$$F_{2000/0,745} = F_{0/0} \,.\, [0{,}568 + (0{,}25 \,.\, (1{,}2 - M_0)^3)] \,.\, \sigma^{0,6}$$

la pression statique Ps(Z) étant calculée à partir de l'équation donnée en annexe 10 du Mémento :

$$Ps(Z = 2000\text{ m}) = 101325 \,.\, (1 - 22{,}557 \,.\, 10^{-6} \,.\, Z)^{5,25604} = 79495\text{ Pa}$$

d'où : $\sigma = \dfrac{Ps(Z)}{Ps(Z=0)} = \dfrac{79495}{101325} = 0{,}785$

et donc : $\mathbf{F_{2000/0,745} = 12790\ daN}$

L'altitude n'étant plus nulle (Z = 2000 m), la consommation spécifique est calculée en deux temps à partir de la formule (18) pour l'influence de l'altitude et à partir de la formule donnée dans l'énoncé pour l'influence du Mach de vol :

$$CS_{2000/0} = CS_{0/0} \cdot \sqrt{\frac{Ts(Z=2000)}{Ts(Z=0)}} = 0{,}320 \cdot \sqrt{\frac{275{,}1}{288{,}1}} = 0{,}313 \text{ kg/(h . daN)}$$

puis :

$$CS_{2000/0,745} = CS_{2000/0} \,.\, (1 + M_0) = 0{,}313 \,.\, (1 + 0{,}745)$$

d'où :

$$\mathbf{CS_{2000/0,745} = 0{,}546\ kg/(h\ .\ daN)}$$

La consommation horaire $CH_{2000/0,745}$ de ce moteur sera donc de :

$CH_{2000/0,745} = F_{2000/0,745} \,.\, CS_{2000/0,745} = 12790 \,.\, 0{,}546$ d'où : $\mathbf{CH_{2000/0,745} = 6983\ kg/h}$

Phase 2 : distance parcourue

La distance parcourue en projection par rapport au sol va dépendre de la vitesse moyenne de l'avion, de l'angle de montée et du temps nécessaire à cette montée.

La vitesse moyenne $V_{Phase\ 2}$ au cours de cette phase d'accélération est :

$$V_{Phase\ 2} = \frac{247{,}8 + 75}{2} = 161{,}4\ \text{m/s}$$

L'angle de montée α est calculé à partir de :

$$\cos\ (90 - \alpha) = \frac{9}{161{,}4} \qquad \text{d'où :} \qquad \alpha = 3{,}2°$$

La pente de montée étant de 9 m/s, il faudra $t_{Phase\ 2}$ = 222 s pour passer du sol à 2000 m.

La distance parcourue en projection par rapport au sol est donc de :

$$L_{Phase\ 2} = 161{,}4\ .\ 222\ .\ \cos\alpha \qquad \text{d'où :} \qquad \mathbf{L_{Phase\ 2} = 35{,}8\ km}$$

Phase 2 : consommation horaire et consommation de carburant

La consommation de carburant sur cette deuxième phase de mission étant calculée en faisant la moyenne des consommations horaires en début et fin de phase, nous avons :

$$CH_{Phase\ 2} = \frac{CH_{0/0,22} + CH_{2000/0,745}}{2} = \frac{7832 + 6983}{2}$$

d'où :

$$\mathbf{CH_{Phase\ 2} = 7407\ kg/h}$$

et donc :

$$C_{Phase\ 2} = CH_{Phase\ 2} \cdot \frac{222}{3600} = 7407 \cdot \frac{222}{3600} = 457\ \text{kg}$$

Le Boeing 747 étant quadrimoteur, la consommation totale de carburant sera donc de :

$$\mathbf{C_{Phase\ 2} = 1827\ kg}$$

5°) - PHASE DE CROISIERE

Poussée, consommation spécifique et consommation horaire à 11000/0,84

La phase 3 de la mission correspond à une phase de montée de 2000 à 11000 m.

Connaissant l'altitude (Z = 11000 m) et le Mach de vol (M_0 = 0,84), il nous est facile de calculer la poussée et la consommation spécifique.

La poussée $F_{11000/0,84}$ du turboréacteur civil est alors de :

$$F_{11000/0,84} = F_{0/0}\ .\ [0{,}568 + (0{,}25\ .\ (1{,}2 - M_0)^3)]\ .\ \sigma^{0,6}$$

la pression statique Ps(Z) étant calculée à partir de l'équation donnée en annexe 10 du Mémento :

$$Ps(Z = 11000 \text{ m}) = 101325 \,.\, (1 - 22{,}557 \,.\, 10^{-6} \,.\, Z)^{5{,}25604} = 22632 \text{ Pa}$$

d'où : $\sigma = \dfrac{Ps(Z)}{Ps(Z=0)} = \dfrac{22632}{101325} = 0{,}223$ et donc : $\mathbf{F_{11000/0,84} = 5890\ daN}$

L'altitude n'étant plus nulle (Z = 11000 m), la consommation spécifique est calculée en deux temps à partir de la formule (18) pour l'influence de l'altitude et à partir de la formule donnée dans l'énoncé pour l'influence du Mach de vol :

$$CS_{11000/0} = CS_{0/0} \cdot \sqrt{\frac{Ts(Z=11000)}{Ts(Z=0)}} = 0{,}320 \cdot \sqrt{\frac{216{,}65}{288{,}1}} = 0{,}277 \text{ kg/(h . daN)}$$

puis :

$$CS_{11000/0,84} = CS_{11000/0} \,.\, (1 + M_0) = 0{,}277 \,.\, (1 + 0{,}84)$$

d'où :

$$\mathbf{CS_{11000/0,84} = 0{,}511\ kg/(h\ .\ daN)}$$

La consommation horaire $CH_{11000/0,84}$ de ce moteur est donc de :

$CH_{11000/0,84} = F_{11000/0,84} \,.\, CS_{11000/0,84} = 5890 \,.\, 0{,}511$ d'où : $\mathbf{CH_{11000/0,84} = 3010\ kg/h}$

<u>Phase 3 : distance parcourue</u>

La distance parcourue en projection par rapport au sol va dépendre de la vitesse moyenne de l'avion, de l'angle de montée et du temps nécessaire à cette montée.

La montée étant réalisée à iso-vitesse, la vitesse moyenne $V_{Phase\ 3}$ est égale à 247,8 m/s.

L'angle de montée α est calculé à partir de :

$\cos\ (90 - \alpha) = \dfrac{9}{247{,}8}$ d'où : $\alpha = 2{,}1°$

La pente de montée étant de 9 m/s, il faudra $t_{Phase\ 3}$ = 1000 s pour passer de 2000 à 11000 m.

La distance parcourue en projection par rapport au sol est donc de :

$L_{Phase\ 3} = 247{,}8 \,.\, 1000 \,.\, \cos \alpha$ d'où : $\mathbf{L_{Phase\ 3} = 247{,}6\ km}$

<u>Phase 3 : consommation horaire et consommation de carburant</u>

La consommation de carburant sur cette troisième phase de mission étant calculée en faisant la moyenne des consommations horaires en début et fin de phase, nous avons :

$CH_{Phase\ 3} = \dfrac{CH_{2000/0,745} + CH_{11000/0,84}}{2} = \dfrac{6983 + 3010}{2}$ d'où : $\mathbf{CH_{Phase\ 3} = 4996\ kg/h}$

et donc :

$$C_{Phase\ 3} = CH_{Phase\ 3} \cdot \frac{1000}{3600} = 4996 \cdot \frac{1000}{3600} = 1388 \text{ kg}$$

Le Boeing 747 étant quadrimoteur, la consommation totale de carburant sera donc de :

$$\mathbf{C_{Phase\ 3} = 5552\ kg}$$

6°) - DISTANCE MAXIMALE QUE PEUT PARCOURIR L'AVION

Compte tenu de la masse maximale de carburant m_F que peut embarquer le Boeing 747, masse qui a été estimée à 163852 kg et du carburant consommé durant les phases 1, 2 et 3, la quantité de carburant restant pour la phase 4 de croisière, si l'on néglige les phases de descente et d'atterrissage, est de :

$$C_{Phase\ 4} = m_F - (C_{Phase\ 1} + C_{Phase\ 2} + C_{Phase\ 3}) = 163852 - (469 + 1827 + 5552)$$

d'où :

$$\mathbf{C_{Phase\ 4} = 156004\ kg}$$

La consommation horaire par moteur $CH_{11000/0,84}$ étant de 3010 kg/h, nous en déduisons une durée de vol en croisière de :

$$t_{Phase\ 4} = \frac{156004}{3010 \cdot 4} = 12{,}957\ h = 46646\ s = 12\ h\ 57\ mn\ 26\ s$$

La vitesse étant de 247,8 m/s, la distance parcourue en croisière par l'avion sera de :

$$L_{Phase\ 4} = V_{Phase\ 4}\ .\ t_{Phase\ 4} = 247{,}8\ .\ 46646 \qquad \text{d'où :} \qquad \mathbf{L_{Phase\ 4} = 11559\ km}$$

et la distance maximale que peut parcourir l'avion sera donc de :

$$L = L_{Phase\ 1} + L_{Phase\ 2} + L_{Phase\ 3} + L_{Phase\ 4} = 2 + 36 + 248 + 11559$$

d'où :

$$\mathbf{L = 11845\ km}$$